



Boshlang'ich ta'lim talabalarida matematik tushunchalarni shakllantirishning metodik asoslari

Jalilov Muhammadali Abdumutalibovich –

Farg'ona davlat universiteti

Boshlang'ich ta'lim uslubiyoti kafedrasida dotsenti,

E-mail: alimuhammad9978@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1808-1913>

Annotatsiya. Maqolada «Boshlang'ich ta'lim» yo'nalishi talabalarida, ya'ni bo'lajak boshlang'ich sinf o'qituvchilarida matematik tushunchalarni shakllantirishning nazariy va metodik asoslari yoritilgan. Muammoning dolzarbligi o'qituvchining matematik bilimi o'quvchilar natijalariga ta'sir etishini ko'rsatgan xalqaro tadqiqotlar, oliy ta'limni rivojlantirish konsepsiyasi talablari hamda xalqaro baholash natijalari bilan asoslangan. Tadqiqotda nazariy tahlil, tushunchalarni mantiqiy-matematik tahlil qilish, tizimlashtirish va pedagogik loyihalash metodlari qo'llanildi. Talaba tushunchani ham o'zi o'zlashtirishi, ham kelajakda uni o'quvchilarda shakllantirishi lozimligidan kelib chiqib, tushunchani shakllantirishning olti bosqichli metodik tizimi ishlab chiqildi: motivatsion-muammoli, obrazli, mantiqiy, qo'llash, tizimlashtirish va metodik transformatsiya bosqichlari. «Kvadrat», «ulush», «bo'lish» va «o'rin qiymati» tushunchalari misolida misol va misol emaslarni tahlil qilish, ta'riflarni baholash, Eyler diagrammasi va tushunchalar xaritasini tuzishga asoslangan topshiriqlar namunaviy yechimlari bilan keltirildi. O'qitish uchun matematik bilimning tarkibiy qismlariga mos topshiriqlar jadvali taklif etildi. Maqola oliy ta'lim muassasalarining professor-o'qituvchilari va boshlang'ich ta'lim yo'nalishi talabalari uchun mo'ljallangan.

Kalit so'zlar: matematik tushuncha, tushunchaning mazmuni va hajmi, ta'rif, tushuncha obrazi, bo'lajak boshlang'ich sinf o'qituvchisi, o'qitish uchun matematik bilim, misol va misol emaslar, tushunchalar xaritasi, metodik tayyorgarlik, boshlang'ich ta'lim.

Методические основы формирования математических понятий у студентов направления «начальное образование»

Аннотация. В статье раскрываются теоретические и методические основы формирования математических понятий у студентов направления «Начальное образование» — будущих учителей начальных классов. Актуальность проблемы обоснована международными исследованиями, показавшими влияние математических знаний учителя на результаты учащихся, требованиями концепции развития высшего образования и результатами международных оценочных исследований. Использованы теоретический анализ, логико-математический анализ понятий, систематизация и педагогическое проектирование. Исходя из того, что студент должен как сам усвоить понятие,

так и в будущем формировать его у младших школьников, разработана шестиступенчатая методическая система формирования понятия: мотивационно-проблемный, образный и логический этапы, этапы применения, систематизации и методической трансформации. На примере понятий «квадрат», «доля», «деление» и «поместное значение цифры» представлены задания с образцами решений, основанные на анализе примеров и непримеров понятия, оценке определений, построении диаграмм Эйлера и карт понятий. Предложена таблица заданий, соответствующих компонентам математических знаний для преподавания. Статья адресована преподавателям высших учебных заведений и студентам направления «Начальное образование».

Ключевые слова: математическое понятие, содержание и объём понятия, определение, образ понятия, будущий учитель начальных классов, математические знания для преподавания, примеры и непримеры понятия, карта понятий, методическая подготовка, начальное образование.

Methodological foundations of forming mathematical concepts in pre-service primary teachers

Annotation. The article discusses the theoretical and methodological foundations of forming mathematical concepts in students of the "Primary Education" programme, i.e. pre-service primary school teachers. The topicality of the study is grounded in international research on the impact of teachers' mathematical knowledge on pupils' learning, in the requirements of Uzbekistan's higher education development concept and in international assessment results. The study used theoretical analysis, logical-mathematical analysis of concepts, systematization and pedagogical design. Since a student has both to master a concept and later to develop it in pupils, a six-stage methodological system of concept formation was designed, comprising motivational-problem, image-building, logical, application, systematization and didactic transformation stages. Using the concepts of square, fraction, division and place value, the article presents tasks with worked solutions based on the analysis of examples and non-examples, the evaluation of definitions, Euler diagrams and concept maps. A table of tasks aligned with the domains of mathematical knowledge for teaching is proposed. The article is addressed to university teacher educators and to students of primary education programmes.

Keywords: mathematical concept, intension and extension of a concept, definition, concept image, pre-service primary teacher, mathematical knowledge for teaching, examples and non-examples, concept map, methodological preparation, primary education.

KIRISH

Matematik tushunchalar boshlang'ich matematika kursining tayanch unsurlaridir: ulush tushunchasi kasrlar va nisbatlarga, bo'lishning ikki ma'nosi proporsiyalarga, o'rin qiymati esa ko'p xonali sonlar ustida amallar va o'nli kasrlarga asos bo'ladi. O'quvchida tushunchaning qanday shakllanishi ko'p jihatdan o'qituvchining o'zi uni qanchalik chuqur tushunishiga bog'liq. L.Shulman fan mazmunini tushunarli taqdim etish usullari va mavzuni o'rganishni yengillashtiruvchi yoki qiyinlashtiruvchi omillar haqidagi bilimni pedagogik mazmun bilimi deb atagan [16]. D.Ball, M.Thames va G.Phelps «o'qitish uchun matematik bilim» modelida o'qituvchi tushunchani tushuntira olishi, xato sababini aniqlashi va

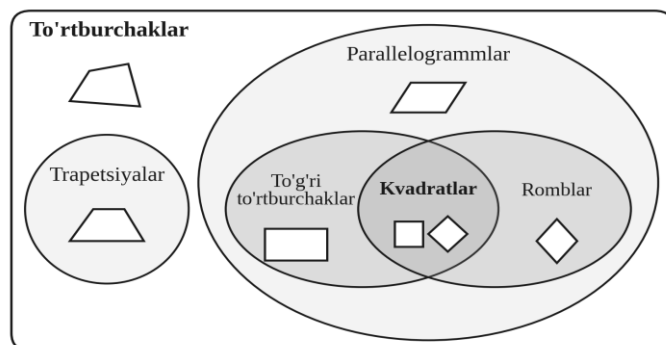
misollarni maqsadli tanlashi zarurligini ko'rsatgan [7]; bu bilim 1- va 3-sinf o'quvchilari natijalarining o'sishi bilan statistik ahamiyatli bog'liq [9].

Oliy ta'lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasida pedagogik yo'nalishlar o'quv dasturlarini ilg'or xorijiy tajriba asosida qayta ko'rib chiqish va talabalarda tanqidiy, tizimli fikrlashni shakllantirish vazifalari belgilangan [1], Prezident qarori o'qituvchilar malakasini oshirishni nazarda tutadi [2], 2026-yilgi yangi davlat ta'lim standartlari loyihasi esa modellashtirish va muqobil yechimlarni taqqoslash ko'nikmalarini talab etadi [21]. TIMSS-2023 da 4-sinf o'quvchilarimizning eng past natijasi tushunchalar o'rtasidagi bog'lanishlarni ko'rishni talab qiluvchi «mulohaza yuritish» sohasida (428 ball) qayd etilgan [19]. Bo'lajak o'qituvchilar kasrlar ustida amallarni bajara olsa-da, «kasr sezgisi»dan foydalanish va amallar asosini tushuntirishda qiynalishi [11], boshlang'ich matematikani chuqur tushunish esa tushunchalar o'rtasidagi bog'lanishlar, turli nuqtayi nazarlar va mavzular izchilligini anglashda namoyon bo'lishi [10] ko'rsatilgan. Tasniflashdagi qiyinchiliklarning «prototip» obrazlar bilan bog'liqligi [8] va ta'rif berishdagi noaniqliklar [12] ham qayd etilgan.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODLAR

L.S.Vigotskiy «spontan» va «ilmiy» tushunchalarni farqlagan [20], D.Tall va S.Vinner «tushuncha obrazi» va «tushuncha ta'rifi» mos kelmasligi mumkinligini [18], A.Sfard esa tushunchalarning jarayon va obyekt tabiatini [15] asoslagan. Metodik adabiyotda tushunchalarning mantiqiy asoslari [6], ularni mantiqiy usullar bilan bog'lab shakllantirish [5] va boshlang'ich kursda kiritish metodikasi [3] ishlab chiqilgan, talabalarga alohida mavzularni o'qitish ham o'rganilmoqda [4]. Biroq asosiy e'tibor o'quvchilarga qaratilib, talabaning o'zida tushunchani shakllantirish kam tadqiq etilgan, holbuki talaba tushunchani ham o'zlashtiradi, ham kelajakda uni shakllantiradi.

Tadqiqot nazariy-metodik yo'nalishda olib borildi: adabiyotlar va me'yoriy hujjatlarni nazariy tahlil qilish, tushunchalarni o'zlashtirish nazariyalari va o'qituvchi bilimi modellarini qiyosiy tahlil qilish, boshlang'ich kurs tushunchalarini mantiqiy-matematik tahlil qilish (mazmuni, hajmi, ta'rif turi va boshqa tushunchalar bilan munosabati) hamda bosqichlar va topshiriqlar tizimini pedagogik loyihalash metodlari qo'llanildi. Mantiqda **tushuncha** deganda obyektlarni muhim xossalari asosida ajratib ko'rsatuvchi tafakkur shakli tushuniladi; uning **mazmuni** – tushunchaga kiruvchi obyektlarga xos muhim xossalar to'plami, **hajmi** esa shu obyektlar to'plami [6]. Masalan, «kvadrat» mazmuniga «to'rtburchak», «barcha tomonlari teng», «barcha burchaklari to'g'ri» kabi xossalar kiradi, hajmini esa o'lchami va joylashuvidan qat'i nazar barcha kvadratlar tashkil etadi. Mazmun va hajm teskari bog'langan: mazmunga yangi muhim xossa qo'shilsa, hajm torayadi («to'rtburchak – parallelogramm – to'g'ri to'rtburchak – kvadrat»). A tushuncha hajmi B hajmining qismi bo'lsa, A **tur**, B esa **jins** tushunchasi: kvadrat to'g'ri to'rtburchakning turi. «To'g'ri to'rtburchak» va «romb» hajmlari kesishadi, umumiy qismi kvadratlar. Bunday munosabatlar Eyler diagrammasida ko'rgazmali tasvirlanadi (1-rasm).



1-rasm. To'rtburchaklar sinflari orasidagi munosabatlarning Eyler diagrammasi

Tushunchani **ta'riflash** – uning mazmunini tashkil etuvchi muhim xossalarni ochib beruvchi mantiqiy amal. Oshkor ta'riflarda (jins va tur farqi orqali, genetik) aniqlanayotgan va aniqlovchi tushunchalar hajmlari ustma-ust tushadi; oshkormas ta'riflar (ostensiv, kontekstual) boshlang'ich sinfda keng qo'llaniladi, chunki kichik yoshdagi o'quvchi ko'plab tushunchalarni misollar va qo'llanish vaziyatlari orqali o'zlashtiradi (1-jadval) [6].

1-jadval.

Ta'rif turlari va ularning boshlang'ich matematika kursidagi misollari

Ta'rif turi	Mohiyati	Boshlang'ich sinfdan misol
Ostensiv (oshkormas)	Tushuncha unga kiruvchi obyektlarni ko'rsatish orqali kiritiladi	« $7 > 5$, $3 < 8$, $2 + 4 > 5$ – bular tengsizliklar»
Kontekstual (oshkormas)	Tushuncha ma'nosi u qo'llanilgan matn yoki vaziyatdan anglashiladi	«Qaysi songa 4 ni qo'shsak, 9 bo'ladi? Uni x bilan belgilaymiz: $x + 4 = 9$. Bu – tenglama»
Jins va tur farqi orqali (oshkor)	Yaqin jins tushunchasi va turni ajratib turuvchi muhim xossa ko'rsatiladi	«Kvadrat – barcha tomonlari teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchak»
Genetik (oshkor)	Obyektning hosil bo'lish yoki yasash usuli ko'rsatiladi	«Ulush – butunni teng qismlarga bo'lganda hosil bo'lgan qismlardan biri»

Ta'rif mantiqning quyidagi talablariga javob berishi kerak [6]: mutanosiblik – ta'rif na juda keng, na juda tor bo'lmasligi; aylanma bo'lmaslik tushuncha o'zi yoki o'zi orqali aniqlangan tushuncha bilan ta'riflanmasligi; aniqlik ta'rifdagi barcha tushunchalar oldindan ma'lum bo'lishi; minimallik boshqa xossalardan kelib chiqadigan ortiqcha xossalar kiritilmasligi.

NATIJALAR VA MUHOKAMA

Nazariy tahlil asosida quyidagi tamoyillar ajratildi. Ikki pozitsiyalilik: talaba har bir tushunchani ham matematik (mazmuni, hajmi, ta'rifi, xossalari), ham o'qituvchi sifatida (qanday kiritiladi, qanday xatolar uchraydi, qaysi modellar qo'llaniladi) o'rganadi, bu fan mazmuni va pedagogik mazmun bilimiga mos keladi [7; 16]. Obraz va ta'rif birligi: tushuncha obrazi ta'rifga zid bo'lsa, yangi vaziyatda ko'pincha obraz faollashadi [18], shuning uchun ta'rif ustida ishlash prototip bo'lmagan misollar va misol emaslar tahlili bilan uyg'unlashtiriladi.

Jarayondan obyektga o'tish: ko'plab arifmetik tushunchalar dastlab harakat (bo'lish teng taqsimlash, kasr bo'laklash), keyinchalik obyekt sifatida anglanadi [15]. Relyatsion tushunish: R.Skemp instrumental tushunishni «nima uchun»ni anglashga asoslangan relyatsion tushunishdan farqlagan [17]; shunga ko'ra har bir qoida asosi bilan, hisoblash mashqlari esa «Nima uchun?» savollari bilan beriladi, chunki konseptual va protsedural bilimlar bir-birini to'ldiradi [13].

Tizimlilik: tushuncha boshqa tushunchalar bilan munosabatda o'rganilib, Eyler diagrammasi va tushunchalar xaritasida tasvirlanadi. Metodik transformatsiya: ilmiy tushuncha bolaning tajribasidagi tasavvurlar bilan bog'lanib, uning yoshiga mos tilda ifodalanadi [20], biroq soddalashtirish keyinchalik qayta o'rganishni talab qiladigan noto'g'ri tasavvur hosil qilmasligi lozim.

Tamoyillar asosida tushunchani shakllantirishning olti bosqichli tizimi ishlab chiqildi (2-jadval): dastlabki besh bosqich tushunchani o'zlashtirishga, oltinchisi uni o'quvchilarda shakllantirishga qaratilgan, biroq ikki pozitsiya har bir bosqichda uyg'unlashtiriladi.

2-jadval.

Talabalarda matematik tushunchani shakllantirish bosqichlari

Bosqich	Talaba faoliyati	Topshiriq namunasi
Motivatsion-muammoli	O'z tasavvurini ifodalaydi, uning ta'rif yoki boshqa fikrlar bilan ziddiyatini aniqlaydi	«Kvadrat to'g'ri to'rtburchak bo'ladimi? Javobingizni asoslang»
Obrazli (misol va misol emaslar)	Tushunchaga kiruvchi va kirmaydigan obyektlarni, jumladan, prototip bo'lmagan misollarni tahlil qiladi	«Qaysi shakllarda 1/4 qism bo'yalgan?» (2-rasm)
Mantiqiy (ta'rif)	Muhim xossalarni ajratadi, ta'rif tuzadi va uni mutanosiblik hamda minimallik bo'yicha baholaydi	«Kvadratning to'rt xil ta'rifidan qaysilari to'g'ri?»
Qo'llash	Ta'rifga tayanib tushunchani taniydi, xossalarni asoslashda qo'llaydi	« $12 : 3 = 4$ ifodaga mos ikki xil masala tuzing va ularning farqini tushuntiring»
Tizimlashtirish	Munosabatlarni Eyler diagrammasi va tushunchalar xaritasida ifodalaydi	«Bo'lish» tushunchasining xaritasini tuzish
Metodik transformatsiya	Tushuntirish yo'llarini loyihalaydi, tipik xatolarni tahlil qiladi, mikrodars o'tkazadi	«3-sinf o'quvchisiga nolga bo'lish mumkin emasligini tushuntiring»

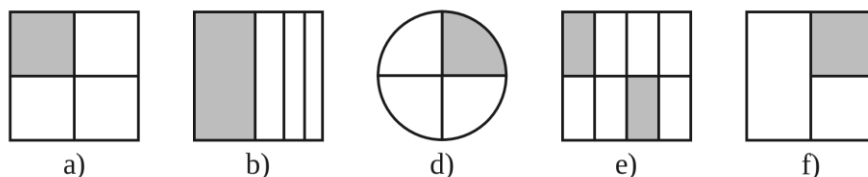
Namunaviy topshiriqlar. «Kvadrat» tushunchasi: ta'riflarni baholash va tasniflash. **Topshiriq.** Quyidagi ta'riflardan qaysilari kvadrat tushunchasiga mos keladi? Javobni aniqlovchi tushunchaning hajmi orqali asoslang: a) barcha tomonlari teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchak; b) barcha tomonlari teng bo'lgan to'rtburchak; d) barcha burchaklari to'g'ri bo'lgan to'rtburchak; e) barcha tomonlari teng va barcha burchaklari to'g'ri bo'lgan to'rtburchak.

Tahlil. a) to'g'ri: jins tushunchasi to'g'ri to'rtburchak, tur farqi tomonlarning tengligi. b) juda keng: hajmiga burchaklari to'g'ri bo'lmagan romblar ham kiradi. d) ham juda keng: hajmiga barcha to'g'ri to'rtburchaklar kiradi. e) mutanosib, ammo ortiqcha shartli: tomonlari teng to'rtburchak romb bo'lgani uchun bitta burchagi to'g'ri bo'lsa, qolganlari ham to'g'ri bo'ladi. Xuddi shunday, «kvadrat ikki qo'shni tomoni teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchak» ta'rifi minimaldir. Darsliklarda didaktik maqsadda minimal bo'lmagan, lekin tushunarliroq ta'riflar beriladi, talaba esa ularning to'g'riligini asoslay olishi kerak. «Kvadrat to'g'ri to'rtburchak bo'ladimi?» degan savolga javob ta'rifdan kelib chiqadi: kvadrat to'g'ri to'rtburchakning xususiy holi. Shunga qaramay, ko'pchilik «to'g'ri to'rtburchakning bo'yi va eni teng emas» degan prototip obrazga tayanib salbiy javob beradi [8]. 1-rasmda trapetsiyalar an'anaviy ta'rifga ko'ra parallelogrammlardan alohida tasvirlangan; «kamida bir juft qarama-qarshi tomoni parallel» degan ta'rifda esa har qanday parallelogramm trapetsiya bo'ladi tasnif ta'rifga bog'liq.

Metodik transformatsiya. Talaba 2-sinf uchun «figuralarni saralash» topshirig'ini loyihalaydi: turlicha joylashgan to'rtburchaklar, jumladan, uchi pastga qaratilgan kvadrat «barcha burchaklari to'g'ri» belgisi bo'yicha saralanib, burchaklar qog'ozdan buklangan to'g'ri burchak bilan tekshiriladi joylashuv muhim bo'lmagan belgi ekani ayon bo'ladi.

«Ulush va kasr» tushunchasi: misollar va misol emaslar

Topshiriq. 2-rasmdagi shakllarning qaysilarida shaklning 1/4 qismi bo'yalgan? Har bir javobni asoslang.



2-rasm. «Qaysi shaklda $1/4$ qism bo'yalgan?» topshirig'i uchun shakllar

Tahlil. a) va d) prototip misollar: to'rtta teng qismdan biri bo'yalgan. b) misol emas: qismlar teng emas, «to'rttadan biri bo'yalgan, demak, $1/4$ » degan javob esa ulush ta'rifidagi muhim belgi qismlar tengligi e'tibordan chetda qolganini ko'rsatadi. e) prototip bo'lmagan misol: 8 ta teng qismdan 2 tasi bo'yalgan, $2/8 = 1/4$. f) ham prototip bo'lmagan misol: shakl uch qismga bo'lingan, ammo bo'yalgan qism yarmining yarmi, ya'ni $1/4$; bu «nechta qismga bo'lingan bo'lsa, maxraj shunga teng» degan yuzaki qoidani rad etadi.

1-savol. O'quvchi « $1/3 < 1/4$, chunki $3 < 4$ » deb javob berdi. Xato sababi nimada? Natural sonlarni taqqoslash qoidasi kasrlarga ko'chirilgan. Tushuntirish ulush ta'rifiga tayanadi: bir xil butun kamroq teng qismga bo'linsa, har bir qism kattaroq, demak, $1/3 > 1/4$. Tuzatish uchun bir xil qog'oz tasmlarni 3 va 4 ta teng qismga buklab, bo'laklarni ustma-ust qo'yib taqqoslash taklif etiladi.

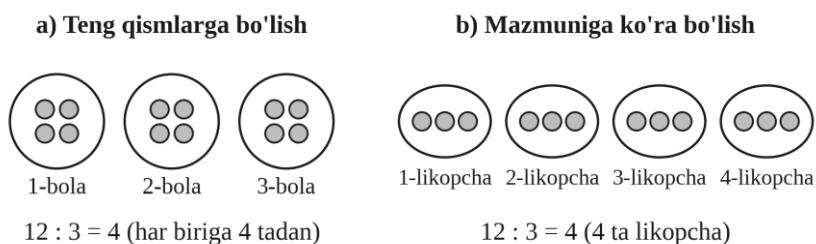
2-savol. $3/4$ va $5/7$ kasrlarni umumiy maxrajga keltirmasdan taqqoslang. Birgacha yetishmaydigan qismlarni taqqoslaymiz: $1 - 3/4 = 1/4$ va $1 - 5/7 = 2/7$; $2/7 > 2/8 = 1/4$ bo'lgani uchun $3/4$ birga yaqinroq, demak, $3/4 > 5/7$. Tekshirish: $3/4 = 21/28$, $5/7 = 20/28$.

3-savol. Nima uchun $3/4$ ni «3 ni 4 ga bo'lish natijasi» deb ham talqin qilish mumkin? 3 ta bir xil nonni 4 kishiga teng bo'lish uchun har bir nonni 4 ta teng qismga bo'lamiz; har bir kishi 3 ta chorak, ya'ni $3/4$ non oladi: $3 : 4 = 3/4$. Bu savol kasrni bo'lish natijasi son sifatida anglashga, ya'ni jarayondan obyektga o'tishga [15] yordam beradi.

«Bo'lish» tushunchasi: ikki ma'no va nolga bo'lish

Topshiriq. Masalalarni yeching va ular orasidagi farqni tushuntiring: a) 12 ta olmani 3 bolaga teng bo'lib berishdi. Har bir bola nechta olma oldi? b) 12 ta olmani likopchalarga 3 tadan qilib qo'yishdi. Nechta likopcha kerak bo'ldi?

Tahlil. Ikkala masala $12 : 3 = 4$ bilan yechiladi, biroq 3 va 4 sonlarining ma'nosi turlicha (3-rasm): birinchisida 12 ta predmet 3 ta teng guruhga ajratilib, bir guruhdagi predmetlar soni topiladi (teng qismlarga bo'lish), ikkinchisida guruhdagi predmetlar soni ma'lum bo'lib, guruhlar soni topiladi (mazmuniga ko'ra bo'lish). Javoblar ham turlicha: «4 ta olma» va «4 ta likopcha».



3-rasm. Bo'lishning ikki ma'nosi: a) teng qismlarga bo'lish; b) mazmuniga ko'ra bo'lish

Ikki ma'noni bo'lishning ko'paytirishga teskari amal ekanligi birlashtiradi: $a : b = c$ tengligi faqat $c \cdot b = a$ bo'lganda to'g'ri. Bu ta'rif nolga bo'lishni ham mantiqan hal qiladi: $5 : 0 = c$ bo'lsa, $c \cdot 0 = 5$ bo'lishi kerak edi, ammo har qanday sonni nolga ko'paytirganda 0 hosil bo'ladi bunday c mavjud emas; $0 : 0 = c$ bo'lsa, $c \cdot 0 = 0$ tengligi har qanday c uchun bajariladi natija bir qiymatli aniqlanmaydi. Talaba bu mulohazani 3-sinf o'quvchisi tiliga ko'chiradi: «Qaysi sonni 0 ga ko'paytirsak, 5 hosil bo'ladi? Bunday son yo'q. Demak, 5 ni 0

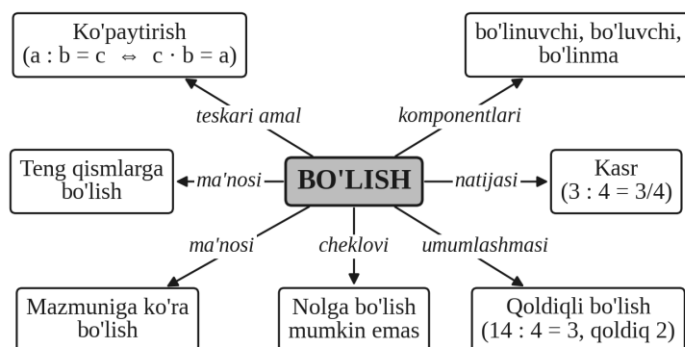
ga bo'lib bo'lmaydi». Mazmuniga ko'ra bo'lish modeli ham yordam beradi: 5 ta olmani likopchalarga 0 tadan qo'yib, ularni hech qachon tugatib bo'lmaydi.

«O'rin qiymati» tushunchasi: o'nlikni maydalash

Topshiriq. 63 – 28 ayirmani ustun shaklida hisoblang va «o'nlikdan qarz olamiz» iborasi amalning mohiyatini qanchalik aniq ifodalashini baholang.

Tahlil. Birliklar xonasida 3 dan 8 ni ayirib bo'lmagani uchun kamayuvchining xona tarkibi o'zgartiriladi: $63 = 6 \text{ o'nlik } 3 \text{ birlik} = 5 \text{ o'nlik } 13 \text{ birlik}$; $13 - 8 = 5$, $5 - 2 = 3$, natija 35. «Qarz olish» iborasi amalning mohiyatini yashiradi: olingan narsa qaytarilmaydi, kamayuvchi o'zgarmaydi, faqat bitta o'nlik 10 ta birlikka almashtiriladi. L. Ma tadqiqotida xitoylik o'qituvchilar bu jarayonni «yuqori xona birligini maydalash» deb tushuntirgani, amerikalik o'qituvchilarning ko'pchiligi esa «qarz olish» protsedurasi bilan cheklangani ko'rsatilgan [10]. Talaba buni sanoq cho'plari bilan ko'rsatib (bitta o'nlik bog'lam 10 ta cho'pga aylanadi), ayirish algoritmini o'rin qiymati tushunchasining qo'llanishi sifatida angelaydi.

Tizimlashtirish: tushunchalar xaritasi. Tizimlashtirish bosqichida alohida o'rganilgan tushunchalar yagona tizimga birlashtiriladi: «bo'lish» tushunchasining xaritasida (4-rasm) teskari amal, ikki ma'no, komponentlar, kasr ko'rinishidagi natija, qoldikli bo'lish va nolga bo'lish cheklovi bog'lanadi, strelkalar ustidagi so'zlar esa munosabatlarni ifodalaydi. Qoldikli bo'lishdan bo'linish alomatlariga o'tish mumkin; bu mavzuni talabalarga o'qitish mahalliy tadqiqotlarda ham ko'rib chiqilgan [4].



4-rasm. «Bo'lish» tushunchasining tushunchalar xaritasi (namuna)

O'qitish uchun matematik bilim tarkibiy qismlariga mos topshiriqlar. Yuqoridagi topshiriqlar D. Ball va hammualliflari modelidagi fan mazmuni bilimi va pedagogik mazmun bilimi tarkibiy qismlari asosida tizimlashtirildi (3-jadval) [7].

3-jadval.

O'qitish uchun matematik bilim tarkibiy qismlari va talabalar uchun topshiriqlar

Tarkibiy qism	Mazmuni	Topshiriq namunasi
Fan mazmuni bilimi		
Umumiy mazmun bilimi	Matematik amallarni to'g'ri bajarish va tushunchalarni to'g'ri qo'llash	3/4 va 5/7 kasrlarni ikki usulda taqqoslash
Maxsus mazmun bilimi	Tushuntirish, asoslash va noan'anaviy yechimlarni baholash uchun zarur, asosan o'qituvchiga xos bilim	Nolga bo'lish mumkin emasligini ko'paytirish orqali asoslash; kvadratning to'rt ta'rifini baholash
Gorizont (istiqbol) bilimi	Tushunchaning keyingi sinflardagi rivojini ko'ra bilish	«Noma'lum qo'shiluvchini topish» mavzusining tenglamalar bilan bog'lanishini ko'rsatish
Pedagogik mazmun bilimi		

Tarkibiy qism	Mazmuni	Topshiriq namunasi
Mazmun va o'quvchilar haqidagi bilim	O'quvchilarning tipik xatolari va tasavvurlarini oldindan ko'ra bilish	« $1/3 < 1/4$, chunki $3 < 4$ » javobi sababini aniqlash va tuzatish topshirig'ini tuzish
Mazmun va o'qitish haqidagi bilim	Misollar, modellar va ularning ketma-ketligini tanlash	Kvadrat va to'g'ri to'rtburchak munosabatini ochuvchi misol va misol emaslar ketma-ketligini tuzish
Mazmun va o'quv dasturi haqidagi bilim	Mavzuning o'quv dasturi va darsliklardagi o'rni, o'quv vositalari	Kasr tushunchasining darsliklarda bosqichma-bosqich kiritilishini tahlil qilish

Tizimning asosiy g'oyalari xalqaro empirik dalillarga tayanadi. O'qituvchi bilimining o'quvchilar natijalariga ta'siri H. Hill va hammualliflari tadqiqotida tasdiqlangan [9]. N. Schroeder va hammualliflari meta-tahlilida (142 ta samara o'lchami, 11 814 ishtirokchi) tushunchalar xaritasi bilan o'qitish o'rtacha samara bergan ($g = 0,58$), xaritani mustaqil tuzish ($g = 0,72$) esa tayyor xaritani o'rganishdan ($g = 0,43$) samaraliroq bo'lgan [14]. T.Örnek va M. İlhan tadqiqotida ta'riflash va tasniflash natijalari o'rtasida bog'liqlik aniqlanmagan, tasniflashdan oldin ta'rif ustida mulohaza yuritish esa intuitiv bo'lmagan misol emaslarini aniqlashda biroz ustunlik bergan [12]; shuning uchun tushunchaga juda o'xshash misol emaslar qo'llash bosqichida tasniflanadi. Ta'rifni misollarsiz yodlatgan talaba prototip bo'lmagan misolni tanimaydi, faqat misollarga tayangan talaba esa chegaraviy holatlarda adashadi [8; 18]. Olti bosqichli tizimda obraz ta'rifdan oldin boyitiladi, ta'rif esa tasniflash mezoniga aylanadi.

Matematik aniqlik va yoshga moslik. Ayrim soddalashtirishlar keyinchalik «muddati o'tadigan qoida»ga aylanadi: «ko'paytirganda son kattalashadi», «bo'lganda son kichrayadi» degan umumlashmalar 0 va 1 bilan bajarilmaydi, kasrlarda esa teskari natija beradi ($8 \cdot 1/2 = 4$, $8 : 1/2 = 16$); «kichik sondan katta sonni ayirib bo'lmaydi» degan fikr ham faqat manfiy sonlar kiritilmaguncha to'g'ri. Talaba «Hozircha biz biladigan sonlar ichida 3 dan 5 ni ayirib bo'lmaydi» kabi aniq ifodalardan foydalanishni o'rganishi kerak.

Kurslar integratsiyasi. Fikrimizcha, matematika va metodika fanlarining ajralgan holda o'qitilishi talabaning ikki pozitsiyasini ham uzib qo'yadi; tushunchaning darslikdagi talqini matematika kursida, mantiqiy tuzilishi esa metodika kursida tahlil qilinsa, bilimning ikki tomoni o'zaro boyiydi. Bu kasrlarni ikkala kursda kengaytirish tavsiyasiga [11] va konseptual hamda protsedural bilimlar bog'liqligiga [13] mos keladi.

Professor-o'qituvchilar uchun: matematika va metodika mashg'ulotlarini uyg'unlashtirib, har bir tushunchaning darslikdagi talqinini ham tahlil qilish; tayyor ta'rif o'rniga turli ta'riflarni taqqoslash va mantiqiy talablar asosida baholash; tushunchalar xaritasini talabalarga mustaqil tuzdirish [14]; baholashda tushuntirish, xato tahlili va misol tanlash ko'nikmalarini ham hisobga olish (3-jadval). **Talabalar uchun «Tushuncha ustida ishlash tartibi»:** *yaqin jins va tur belgilarini aniqlash* → *kamida uchta misol (jumladan, prototip bo'lmagan) va ikkita misol emas keltirish* → *ta'rifni mutanosiblik va minimallik bo'yicha tekshirish* → *munosabatlarni Eyler diagrammasi yoki xaritada tasvirlash* → *o'quvchi xatolari uchun tuzatish topshiriqlarini tayyorlash* → *tushuntirish uchun model va savollar tuzish*.

XULOSA

O'quvchilarda matematik tushunchalar sifati o'qituvchining ularni qanchalik chuqur egallaganiga bog'liq, shu bois bo'lajak o'qituvchilarda tushunchalarni shakllantirish oliy ta'limning alohida metodik vazifasidir. Bu jarayon ikki pozitsiyalilik, obraz va ta'rif birligi, jarayondan obyektga o'tish, relyatsion tushunish, tizimlilik va metodik transformatsiya

tamoyillariga asoslanadi. Tushuncha olti bosqichda motivatsion-muammoli, obrazli, mantiqiy, qo'llash, tizimlashtirish va metodik transformatsiya bosqichlarida shakllantiriladi; «kvadrat», «ulush», «bo'lish» va «o'rin qiymati» misolidagi topshiriqlar ularning amaliy mazmunini ochib beradi. O'qitish uchun matematik bilim tarkibiy qismlariga mos topshiriqlar tushuntirish, xato tahlili va misol tanlash ko'nikmalarini rivojlantiradi; xaritani mustaqil tuzish ($g = 0,72$) va ta'rif tahlilini tasniflash bilan uyg'unlashtirish foydasi xalqaro tadqiqotlarda tasdiqlangan. Tizimni tajriba-sinovdan o'tkazish va milliy baholash vositalarini ishlab chiqish keyingi tadqiqotlar vazifasidir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining «O'zbekiston Respublikasi oliy ta'lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risida»gi Farmoni. 08.10.2019 yil, PF-5847-son.
2. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining «Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida»gi Qarori. 07.05.2020 yil, PQ-4708-son.
3. Jumayev, M. E., & Tadjiyeva, Z. G'. (2005). Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi: darslik. Toshkent: Fan va texnologiya. 312 b.
4. Mamajonov, S. M., & Komilova, G. (2025). Boshlang'ich ta'lim yo'nalishi talabalariga «beshga bo'linish alomati» mavzusini o'qitishda zamonaviy yondashuv. Qo'qon universiteti xabarnomasi, 14, 114–116.
5. Истомина-Кастровская, Н. Б., Иванова, И. Ю., Редько, З. Б. [и др.] (2023). Методика обучения математике в начальной школе: учебник (2-е изд., перераб. и доп.). Москва: ИНФРА-М. 301 с.
6. Стойлова, Л. П. (2007). Математика: учебник для студентов высших педагогических учебных заведений. Москва: Академия. 432 с.
7. Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
8. Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1–2), 3–20.
9. Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 371–406.
10. Ma, L. (2020). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States* (3rd ed.). New York: Routledge.
11. Olanoff, D., Lo, J.-J., & Tobias, J. Mathematical content knowledge for teaching elementary mathematics: A focus on fractions. *The Mathematics Enthusiast*, 11(2), 267–310.
12. Örnek, T., & İlhan, M. (2026). Investigating the interaction between defining and classifying via independent sequential tasks among pre-service teachers: The case of the triangle. *Journal of Mathematics Teacher Education*. Advance online publication.
13. Rittle-Johnson, B., Schneider, M., & Star, J. R. (2015). Not a one-way street: Bidirectional relations between procedural and conceptual knowledge of mathematics. *Educational Psychology Review*, 27(4), 587–597.
14. Schroeder, L., Nesbit, C., Anguiano, J., Adesope, O. Studying and constructing concept maps: A meta-analysis. *Educational Psychology Review*, 30(2), 431–455.
15. Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36.